

# 実数と関数

## 0 Web会議

WebEx <https://kobe-university.webex.com/kobe-university/j.php?MTID=m443417e3ab2a022f7f83f5f73bf1a8d7>

## 1 学習内容の概略

### 1.1 実数について

参考 序論 1.1、Lang I.1, App.1 など

- 自然数…  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$
- 整数…  $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$
- 有理数…  $\mathbb{Q} = \{n/d(n, d \in \mathbb{Z}, d \neq 0)\}$ 、有限小数と無限小数
- 実数…小数でかける数、 $\sqrt{2} = 1.4142\dots$ ,  $\pi = 3.14159\dots$  など
- 実数の集合…開区間と閉区間、有界集合と非有界集合など

### 1.2 数列の極限

参考 序論 1.2、Lang App.2 など

- 数列の収束と発散、有界な数列と非有界な数列、無限級数など
- 数列の極限とその性質

### 1.3 関数の極限

参考 序論 1.3、Lang I.3, III.3 など

- 偶関数と奇関数、合成関数と逆関数
- 関数の極限とその性質

## 1.4 種々の関数

参考 序論 1.4、Lang I.4, IV.0-3 など（連続性については次回扱う）

- 三角関数…三角形の辺の比から定義される関数、 $\sin, \cos, \tan$  など
- 指数関数…べき乗を実数全体に拡張したもの
- 対数関数…指数関数の逆関数
- 自然対数の底  $e = 2.718281828\dots$

## 2 課題

5/17までにBEEFに提出し、そのときに5/19の学習指示書をダウンロードされたい。(5/17訂正: 提出期限は5/24に変更しますが、学習指示書は5/18までにダウンロードをお願いします)

- 1) つぎの a)-c) のそれぞれについて、極限值が存在するとき、その値を求めよ。  
a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/3} - (1-x)^{1/3}}{x}$ , b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$ , c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+\sin x)}{x}$ .
- 2)  $\frac{1}{x(x-1)(x+1)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x} + \frac{c}{x+1}$  となる実数  $a, b, c$  を求めよ。
- 3) 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n^{3/2}$  は収束するか? (ヒント: まず  $1/(n-1)^{1/2} - 1/n^{1/2} > 1/(2n^{3/2})$  を示し、ここから無限級数の部分和が有界であることを示す)

## 3 その他

今回の講義の内容に関する質疑はBEEF「第1回目に関する質疑応答」に、講義全般に関する意見要望は「ご意見・ご要望」に投稿されたい。