

広義積分（11/15訂正）

0 Web会議

ZOOM <https://kobe-u-ac-jp.zoom.us/j/84564509089?pwd=cXpTQ3ZuS2lMSFh4aGFEBn14MHNxUT09>

1 学習内容の概略

1.1 有限区間の広義積分

参考 序論 6.3、Lang X.4 など

- 有限個の不連続点を含む場合…リーマン和への影響は無限に小さくなるので連続関数と同様に定積分は定義される
- 未定義点を含む場合…未定義点を含まない定積分の極限により定義する

1.2 無限区間の広義積分

参考 同上

- 無限区間の広義積分…有限区間の定積分の極限により定義する
- ガンマ関数 $\Gamma(s)$ とベータ関数 $B(p, q)$ …階乗の一般化、 $B(p, q) = \int_0^1 t^{p-1}(1-t)^{q-1}dt$, $\Gamma(s) = \int_0^\infty x^{s-1}e^{-x}dx$, $\Gamma(s+1) = s\Gamma(s)$

2 課題

11/22 までに BEEF に提出し、そのときに 11/24 の学習指示書をダウンロードされたい。

1) 次の広義積分が存在するか確かめ、存在するときはその値を求めよ。

a) $\int_0^1 \log x dx$, b) $\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x^2)^2}$

- 2) (11/15訂正) ベータ関数 $B(p, q)$ について $B(1/2, 1/2) = \pi$ を示せ ($(\arcsin x)' = 1/\sqrt{1-x^2}$ を用いるとよい。なお $B(1/2, 1/2) = \Gamma^2(1/2)$ つまり $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ であることが知られているが、その証明は通常は2変数関数の積分が必要となる)。

3 その他

今回の講義の内容に関する質疑はBEEF「第6回目の内容に関する質疑応答」に、講義全般に関する意見要望は「ご意見・ご要望」に投稿されたい。