変数変換法（一般の変数変換）

0　Web 会議

ZOOM `https://kobe-u-ac-jp.zoom.us/j/84564509089?pwd=cXpTQ3ZuS2lMSFh4aGFEbnl4MHNxUT09`

1　学習内容の概略

「微分積分 4」の学習指示書では Lang2 は *Calculus of Several Variables*, Third Edition, Springer-Verlag, 1991 を指す。

1.1　一般の変数変換法

参考 序論 8.3、Lang2 XVI.1, XVII.1-3 など

- 2 変数関数と変数変換⋯ $G(x,y), x=\varphi(u,v), y=\psi(u,v)$ を u,v の関数とみることができる
- 重積分の公式と**ヤコビアン**⋯$F=(\varphi,psi)$ に対して φ,ψ の偏微分から行列式 J_F を構成する
- **極座標**と変数変換⋯ $F(r,\theta)=(r\cos\theta, r\sin\theta)$ ならば $J_F=r$

変数変換公式の証明の詳細は補足ファイルを参照。

2　課題

1/17 までに BEEF に提出し、そのときに 1/19 の学習指示書をダウンロードされたい。

1) $F(u,v)=(u(v+1/v)/2, u(v-1/v)/2)$, $D=\{x,y\geq 0, y^2\geq x^2-1, y\leq 3x/5\}$ とおく。$F(E)=D$ となる領域 E を求めよ（$F(u,v)=(x,y)$ とおくと $x^2-y^2=u^2$, $y/x=(v-1/v)/(v+1/v)$ となることに注意するとよい）。（25 点）

2) $F(u,v) = (u^2 - v^2, 2uv), E = \{0 \leq u, v \leq 1\}$ とおく。$\iint_{F(E)} \sqrt{x^2+y^2}dxdy$ を求めよ（$(x,y) = F(u,v)$ とおくとよい）。（25 点）

3) 次の重積分（およびその極限）を変数変換により求めよ。（各 25 点）
a) $\iint_{x^2+y^2\leq 4, x\geq 0, 0\leq y\leq x\sqrt{3}} x + 3ydxdy$, b) $\lim_{R\to\infty} \iint_{x^2+y^2\leq R^2} e^{-(x^2+y^2)}dxdy$.

3 その他

今回の講義の内容に関する質疑は BEEF「第 4 回目の内容に関する質疑応答」に、講義全般に関する意見要望は「ご意見・ご要望」に投稿されたい。