

# 広義重積分

## 0 Web会議

ZOOM <https://kobe-u-ac-jp.zoom.us/j/84564509089?pwd=cXpTQ3ZuS2lMSFh4aGFEBnl4MHNxUT09>

## 1 学習内容の概略

「微分積分 4」の学習指示書では Lang2 は *Calculus of Several Variables, Third Edition*, Springer-Verlag, 1991 を指す。

### 1.1 広義重積分

参考 序論 8.4、Lang2 IX.3 など

- 広義重積分…重積分の極限で定まる、領域のとり方によらずに一意的に定まる必要がある
- 広義重積分可能な場合…符号一定で極限がひとつ定まれば重積分可能
- (補足) 広義重積分と累次積分…一様収束するときには累次積分可能

証明の詳細、累次積分可能な条件の詳細は補足ファイルを参照。

## 2 課題

1/24 までに BEEF に提出し、そのときに 1/26 の学習指示書をダウンロードされたい。

- 1)  $F(x, y) = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$  とおき、 $t > 0$  に対して有界閉領域領域の列  $D_n(t) = [1/n, 1] \times [t/n, 1]$  を定める。 $\lim_{n \rightarrow \infty} \iint_{D_n(t)} F(x, y) dx dy$  を  $t$  の関数として求めよ。(25点)
- 2) 次の広義重積分を求めよ。(各 25 点)
  - a)  $\iint_{0 \leq x, y \leq 1} \frac{x}{x^2+y^2} dx dy$ , b)  $\iint_{x, y \geq 0, x^2+y^2 \leq 1} \frac{x}{x^2+y^2} dx dy$ .

- 3)  $\alpha > 0$  とする。 $D = \{0 \leq x \leq y \leq 1\}$  における  $1/(y-x)^\alpha$  の広義積分について、可能な場合と不可能な場合、可能な場合の積分の値を決定せよ。(25点)
- 4) (おまけ問題) 補足ファイルで触れた積分  $\int_K^L e^{-t^{s-1}} \log t dt$  が  $s \in [1, 2]$  において  $K \rightarrow +0, L \rightarrow +\infty$  のとき絶対一様収束することを示せ。(30点)

### 3 その他

今回の講義の内容に関する質疑はBEEF「第6回目の内容に関する質疑応答」に、講義全般に関する意見要望は「ご意見・ご要望」に投稿されたい。