

重積分の応用

0 Web会議

ZOOM <https://kobe-u-ac-jp.zoom.us/j/84564509089?pwd=cXpTQ3ZuS2lMSFh4aGFEBn14MHNxUT09>

1 学習内容の概略

「微分積分 4」の学習指示書では Lang2 は *Calculus of Several Variables*, Third Edition, Springer-Verlag, 1991 を指す。

1.1 立体の体積

参考 序論 8.5、Lang2 IX.1, XII.2 など

- 柱状立体の体積… D が底面、 $F(x, y)$ が高さの柱状立体の体積は $\iint_D F(x, y) dx dy$ で与えられる
- 領域 D において上面 $z = G(x, y)$ 、下面 $z = F(x, y)$ で挟まれた立体の体積は $\iint_D G(x, y) - F(x, y) dx dy$ で与えられる
- 曲面の面積… $\iint_D \sqrt{1 + F_x^2(x, y) + F_y^2(x, y)} dx dy$ で与えられる
- 回転面の面積… $2\pi \int f(x) \sqrt{1 + f'^2(x)} dx$ で与えられる

2 級数の計算

参考 T. M. Apostol, A proof that Euler missed: evaluating $\zeta(2)$ the easy way, *Math. Intelligencer* **5**, 59–60, <https://doi.org/10.1007/BF03026576>

- $\sum_n 1/n^2 = \pi^2/6 \cdots 1/(1 - xy)$ の広義積分から求める

3 課題

1/31 までに BEEF に提出し、そのときに 2/2 の学習指示書をダウンロードされたい。

- 1) 球体 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 25$ のうち、 $x^2 + y^2 \leq 16$ となる部分の体積を求めよ。(25 点)
- 2) $x, y, z \geq 0, 3x + 2y + z \leq 6$ によってあらわされる立体の体積を求めよ。(25 点)
- 3) $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$ であらわされる曲面の、 $x^2 + y^2 \leq 9$ となる部分の面積を求めよ。(25 点)
- 4) 曲線 $y = \frac{1}{2}\sqrt{3(1 - x^2)}, -1 \leq x \leq 1$ を x 軸のまわりに回転させて得られる回転面の面積を求めよ。(25 点)

4 その他

今回の講義の内容に関する質疑は BEEF 「第 7 回目の内容に関する質疑応答」に、講義全般に関する意見要望は「ご意見・ご要望」に投稿されたい。