

# 微分積分1 試験問題

担当 山田智宏

計算・論証の過程を式と文章によって説明すること。ただし講義中に取り扱った判定法や補題、定理など、および高等学校までに学習している定理（三角関数の加法定理など）は証明なしで用いてよい。

1. 次の関数を  $t$  で微分せよ。ただし  $\arcsin$  は  $\sin$  の逆関数で、 $[-1, 1]$  で定義され、 $(-\pi/2, \pi/2)$  に値をもつものとする。

1)  $t^{1/t}$ . (15点)

2)  $t\sqrt{4-t^2} + 4\arcsin \frac{t}{2}$  ( $-2 < t < 2$ ). (15点)

2.  $f(x)$  を  $f(0) = 0$  かつ  $x \neq 0$  のとき

$$f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$$

により定義する。 $f(x)$  は実数全体で微分可能であることを確かめ、 $f'(x)$  を求めよ。また、 $f'(x)$  は実数全体で連続か？連続でない点があるとき、その点を求めよ。(30点)

3. 1)  $x > 0$  のとき

$$x - \frac{x^3}{3} < \arctan x < x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5}$$

となることを示せ。(15点)

2)  $4\arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$  を見やすい形で求めよ。(10点)

3)  $\pi > 3.14$  となることを示せ (1) の右辺を使わなくても、 $x > 0$  のとき  $x - x^3/3 < \arctan x < x$  を使えば十分示せる)。(15点)