

微分積分入門1 試験問題

担当 山田智宏

計算・論証の過程を式と文章によって説明すること。ただし講義中に取り扱った判定法や補題、定理など、および高等学校までに学習している定理（三角関数の加法定理など）は証明なしで用いてよい。

1. 次の関数を t で微分せよ。

1) $t^2 \sin t$. (10 点)

2) $f'(x) = \frac{1}{\log x}$ のとき $f(e^t)$. (15 点)

3) $\log \frac{2+\sqrt{4-t^2}}{t}$ ($-2 < t < 2$). (20 点)

2. $t > 0$ において $f(t) = (1 + 1/t)^t$ により定義される関数はどのように増減するか? (15 点)

3. 次の不等式を示せ。

1) (20 点) $x > 0$ のとき

$$x - \frac{x^3}{6} < \sin x < x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}.$$

2) (20 点) $x > 0$ のとき

$$e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$$

かつ $0 < x < 1$ のとき

$$e^x < \frac{1}{1-x}.$$